

**PERBANDINGAN PEMECAHAN MASALAH TRANSPORTASI ANTARA
METODE *NORTHWEST-CORNER RULE* DAN *STEPPING-STONE
METHOD* DENGAN *ASSIGNMENT METHOD***

Ir. Rudy Santosa Sudirga, MM

Email: rudysudirga@yahoo.com

Penulis

Ir. Rudy Santosa Sudirga, MM adalah staf pengajar tidak tetap di Jurusan Manajemen, Universitas Bunda Mulia, Jakarta dan di Sekolah Tinggi Ilmu Ekonomi Supra dalam mata kuliah rumpun mata kuliah Kuantitatif dan pemasaran.

Abstract

The famous methods to determine and solve transportation problem are the Northwest-Corner Rule/Method and the Stepping-Stone Method. In the Northwest-Corner Rule, the largest possible allocation is made to the cell in the upper left-hand corner of the tableau, followed by allocations to adjacent feasible cells; while the Stepping-Stone Method is an iterative technique for moving from an initial feasible solution to an optimum feasible solution which continues until the optimum solution is reached. However, in some cases, sometimes we have been facing some difficulties to solve transportation problem with these two methods, therefore we introduce the Assignment Method, which is simpler and faster in solving the transportation problem by reducing the numbers (cost) in the table/tableau until a series of zeros is found, or zero opportunity costs, which means that we will reach the optimum cost allocations. Once we reach the optimum cost allocations, the next step is to allocate each source or supply according to some points of demand (destinations). Assignment Method is a specialized form of optimization linear programming model that attempts to assign limited capacity to various demand points in a way that minimizes costs.

Key Words

Assignment Method, linear programming, lowest opportunity cost, minimize time required

PENDAHULUAN

Pemikiran dari tulisan atau artikel ini adalah berdasarkan teori bahwa problem transportasi dan problem *assignment* keduanya adalah termasuk kategori *linear programming* dan menggunakan teknis pemecahan secara *linear programming* pula. Ide dari tulisan atau artikel ini muncul pertama kali pada saat penulis memberikan kuliah manajemen operasional dan manajemen sains beberapa waktu yang lalu, dan penulis mempunyai kesimpulan bahwa sebenarnya problem transportasi dapat juga diselesaikan dengan cara *Assignment Method*. Pertama kali penulis mencoba menghitung hasilnya dengan *Assignment Method*, lalu membandingkannya dengan *Northwest-Corner Rule* dan *Stepping-Stone Method*, dan setelah melakukan pengamatan beberapa kali dan juga melakukan tes penyelesaian dengan program komputer *POM-QM for Windows* ternyata memberikan hasil yang sama baik dilihat dari alokasinya maupun total biayanya, sehingga penulis berkesimpulan bahwa penyelesaian problem transportasi dengan *Northwest-Corner Rule* dan *Stepping-Stone Method* yang terkadang rumit dan memakan waktu yang lama dapat diselesaikan dengan lebih sederhana dan cepat dengan *Assignment Method*.

Menurut (Render dkk. 2009), penggunaan spesial kedua dari *linear programming algorithm* adalah *Assignment Method*. Tiap *assignment problem* berhubungan dengan tabel atau matrix. Umumnya, pada baris di tabel berisi obyek atau orang yang akan ditugaskan untuk suatu pekerjaan, sedangkan pada kolom di tabel berisi suatu tujuan atau sesuatu yang mana kita inginkan orang tersebut mengerjakan tugas atau pekerjaan yang akan kita lakukan. Angka-angka di tabel adalah merupakan biaya yang berhubungan dengan tugas khusus yang akan kita laksanakan.

Menurut (Render dkk 2009), *Assignment problem* dapat dilihat dan dianggap sebagai *Transportation problem* dimana kapasitas dari tiap sumber (atau orang yang akan ditugaskan) adalah 1 (satu) dan permintaan (*demand*) pada tiap tujuan atau *destination* (atau pekerjaan yang akan dilaksanakan) juga 1 (satu). Formulasi seperti ini dapat diselesaikan dengan menggunakan *Transportation Algorithm*, tetapi akan menghasilkan suatu masalah yang sulit dipecahkan dan pelik. Akan tetapi problema atau masalah dari formulasi seperti ini dapat diselesaikan dengan sangat mudah dengan menggunakan *Assignment Method*. Sebagai ilustrasi dari *Assignment Method*, adalah suatu contoh dimana suatu perusahaan *repair service* menerima 3 proyek reparasi yang harus dikerjakan dengan segera, yaitu (1) radio, (2) pemanggang roti, dan (3) *coffee maker* (alat pembuat minuman kopi) yang rusak. Terdapat 3 orang pekerja yang dapat mengerjakan reparasi tersebut, dengan tiap bakat dan keahliannya masing-masing. Pemilik perusahaan *repair service* tersebut harus menentukan dan mengestimasi berapakah biaya upah atau gaji yang harus dibayarkan kepada 3 orang pekerja tersebut untuk mengerjakan ke 3 proyek diatas. Biaya upah dan gajinya pasti tidaklah sama, disebabkan setiap pekerja mempunyai perbedaan keahlian tertentu dan kecepatan tertentu untuk menyelesaikan ke 3 proyek tersebut. Pemilik perusahaan berusaha agar dapat menugaskan semua pekerja untuk mengerjakan ke 3 proyek tersebut dengan tujuan dan hasil bahwa biaya yang harus dibayarkan kepada ke 3 pekerja tersebut adalah biaya yang paling rendah dan paling menguntungkan bagi perusahaan *repair service* tersebut. Harus pula diingat, bahwa penugasan pekerja untuk mengerjakan suatu proyek haruslah berdasarkan *one-to-one basis*, atau dengan kata lain setiap pekerjaan proyek hanya akan dikerjakan oleh 1 (satu) orang pekerja saja.

Menurut (Render dkk. 2009), Umumnya problem transportasi berhubungan dengan masalah distribusi produk dari beberapa sumber persediaan ke beberapa tempat tujuan dengan maksud untuk memenuhi permintaan di tempat tujuan tersebut. Biasanya didalam problem transportasi, kita diberikan data kapasitas dari tiap sumber persediaan dan juga data permintaan di beberapa tempat tujuan tersebut. Maksud dari problem transportasi ini adalah

merencanakan dan mengatur pengiriman dari tiap sumber persediaan ke tiap tempat tujuan sehingga total biaya transportasi dan produksi yang dikeluarkan adalah minimal.

Problem transportasi, dari tahun ke tahun perkuliahan biasanya diselesaikan dengan cara perhitungan yang sangat rumit dan kompleks dengan menggunakan *Northwest-Corner Rule* dan *Stepping-Stone Method*, dengan teori yang sangat rumit dan kompleks pula sebagai berikut:

PEMBAHASAN

Northwest Corner Rule:

Menurut (Render dkk 2009), Setelah data sumber persediaan dan permintaan di beberapa tempat selesai disusun di tabel, kita harus menentukan awal penyelesaian yang paling mungkin di problem tersebut. Salah satu prosedur yang paling sistematis, yang dikenal dengan *Northwest-Corner Rule*, mengharuskan bahwa kita harus memulai dengan alokasi di sel kiri atas (atau sudut antara utara dan barat) di tabel tersebut dan mengalokasikan unit produk berdasarkan rute pengiriman sesuai dengan aturan sebagai berikut:

1. Menghabiskan persediaan di tiap baris sebelum bergerak menuju ke baris selanjutnya yang berada di bagian bawahnya.
2. Memenuhi syarat permintaan di tiap kolom sebelum bergerak menuju ke kolom selanjutnya yang berada di sebelah kanannya.
3. Melakukan cek agar semua persediaan dan permintaan sesuai jumlahnya.

The Stepping-Stone Method:

Menurut (Render dkk. 2009), Agar supaya *Stepping-Stone Method* dapat diaplikasikan di problem transportasi, salah satu aturan yang harus dipakai untuk mengalokasikan unit produk berdasarkan rute pengiriman adalah bahwa: *The number of occupied routes (squares) must always be equal to one less than the sum of the number of rows plus the number of columns. This means occupied shipping routes (squares) = number of rows + number of columns – 1.*

“Jumlah alokasi rute pengiriman (yang menempati kotak/sel) harus sama dengan jumlah baris ditambah jumlah kolom dikurangi satu”, atau dengan kata lain:

Jumlah alokasi rute pengiriman (yang menempati kotak/sel) = Jumlah baris + Jumlah kolom – 1

Menurut (Render dkk. 2009), Untuk menentukan apakah alokasi di tiap kotak/sel sudah optimal atau belum, perlu dilakukan tes optimalitas dengan mengevaluasi sel-sel yang masih kosong (*unused routes*) untuk mengetahui jika seandainya dilakukan pengiriman satu unit ke sel yang masih kosong tersebut apakah akan menaikkan atau menurunkan total biaya. Proses evaluasi sel ini dikenal sebagai *Stepping-Stone Method*. Pengetesan tiap sel yang masih kosong dilakukan secara 5 tahap sebagai berikut:

1. Pilihlah salah satu sel yang masih kosong untuk dievaluasi.
2. Dimulai dari sel yang masih kosong ini, buatlah garis secara berlawanan arah dengan jarum jam dan kembali ke sel yang masih kosong tadi dengan cara melewati sel yang sedang/sudah teralokasi dengan unit produk berdasarkan rute pengiriman dan pergerakannya dilakukan dengan menggunakan garis horizontal atau vertical.
3. Dimulai dengan menggunakan tanda positif (+) dari sel yang masih kosong tersebut, dan dilanjutkan dengan tanda negatif (-) ke sel berikutnya, lalu gunakan kembali tanda positif (+) ke sel berikutnya dan dilanjutkan kembali dengan tanda negatif (-) ke sel berikutnya, secara berselang seling sampai kembali ke sel semula yang masih kosong tadi.
4. Hitunglah *improvement index* dengan cara menambahkan semua unit biaya yang terdapat di tiap kotak/sel dengan tanda positif dan kemudian kurangilah dengan semua unit biaya yang terdapat di tiap kotak/sel dengan tanda negatif.
5. Ulangilah tahap ke 1 sampai dengan tahap ke 4 sampai didapatkan semua perhitungan *improvement index* di semua sel yang masih kosong. Jika hasil semua perhitungan *improvement index* adalah lebih besar daripada satu atau sama dengan nol, maka penyelesaian optimal telah tercapai. Jika tidak, maka harus dilakukan perubahan alokasi pada sel yang telah terisikan alokasi rute

pengiriman dari sumber persediaan, dengan tujuan untuk meminimalisasi atau mengoptimalkan total biaya.

The Assignment Method:

Menurut (Bozarth dan Handfield 2008), "*Assignment Method* adalah suatu bentuk spesial dari *linear programming* untuk mendapatkan hasil yang terbaik yang berusaha untuk menugaskan kapasitas tertentu terhadap beberapa titik permintaan dan menghasilkan biaya yang paling minimal".

Menurut (Heizer dan Render 2008), "*Assignment Method* adalah suatu cara penugasan atau penempatan tugas, pekerjaan, biaya, atau waktu dari sumber tertentu terhadap suatu titik, tempat, penawaran atau orang yang dituju". Sebagai contoh adalah menempatkan orang atau pekerjaan terhadap mesin tertentu, menetapkan kontrak kerja terhadap penawaran, menempatkan manusia terhadap pekerjaan tertentu di proyek, dan menempatkan tenaga penjual terhadap teritorial penjualan tertentu. Tujuannya adalah selalu untuk meminimalisasi total biaya atau waktu yang dibutuhkan untuk menyelenggarakan dan menyelesaikan tugas dan kewajiban tersebut sesuai dengan yang dikehendaki secara optimal. Salah satu sifat khas/penting dalam problem yang menggunakan *Assignment Method* adalah bahwa hasilnya hanyalah satu pekerjaan (atau pekerja) yang akan ditempatkan atau ditugaskan terhadap satu mesin (atau proyek). Tiap problem yang menggunakan *Assignment Method* selalu menggunakan tabel. Angka-angka didalam tabel merupakan biaya atau waktu yang ada hubungannya dengan tiap pekerjaan atau tugas khusus tersebut. *Assignment Method* merupakan metode yang dijalankan dengan cara mengurangi atau menambahkan angka-angka di tabel tersebut untuk mendapatkan biaya yang paling rendah (*to find the lowest opportunity cost*) atau waktu yang paling minimal (*to minimize time required*) untuk tiap pekerjaan. *Opportunity costs* adalah profit pada kejadian atau pada keputusan terdahulu atau pada pengalaman penentuan keputusan sebelumnya yang tidak bisa didapatkan.

Menurut (Stevenson 2007), Dimisalkan ada 3 pekerjaan yang harus dilakukan oleh 3 mesin dengan syarat ke 3 mesin dapat mengerjakan ke 3

pekerjaan tersebut dan hanya satu pekerjaan saja yang akan dikerjakan oleh 1 mesin (1 pekerjaan untuk 1 mesin), maka diperlukan sebuah tabel 3 baris dan 3 kolom yang merupakan kombinasi informasi biaya yang ada hubungannya dengan ke 3 pekerjaan yang bisa dikerjakan oleh ke 3 mesin tersebut. Jika masalahnya adalah mengenai 1 pekerjaan saja yang bisa dilakukan oleh 3 mesin, dan kita ingin mencari biaya optimalnya, maka secara mudah kita akan memilih biaya mana yang paling rendah dari ke 3 mesin untuk mengerjakan 1 pekerjaan tersebut. Tetapi masalahnya disini adalah, jika seandainya ada 3 pekerjaan yang dapat dikerjakan oleh 3 mesin, maka adalah penting untuk diperhatikan bahwa biaya yang paling rendah untuk mengerjakan pekerjaan tersebut belum tentu konsisten sebagai biaya yang paling minimal jika semua 3 pekerjaan tersebut dipertimbangkan untuk dapat dikerjakan secara kombinasi oleh ke 3 mesin yang tersedia secara bersamaan. Dalam hal ini karena di tabel ada 3 pasangan pekerjaan dan 3 mesin, maka akan ada $3! = 6$ kemungkinan atau probabilitas keputusan yang paling optimal. Maka pendekatan dan penyelesaian selanjutnya adalah menyelidiki setiap pasangan pekerjaan dan mesin, dan memilih salah satu pasangan yang memberikan biaya yang paling optimal dengan mempertimbangkan serta memperhatikan pasangan lainnya agar secara keseluruhan dapat menghasilkan total biaya yang paling optimal. Metode pendekatan dan penyelesaian yang paling sederhana ini dikenal dengan nama *Assignment Method*.

(Heizer dan Render 2008), Terdapat empat langkah yang harus diikuti didalam menggunakan *Assignment Method*, yaitu:

1. Kurangi tiap angka di tiap baris dengan angka terkecil di baris tersebut dan kemudian kurangi tiap angka di tiap kolom dengan angka terkecil di kolom tersebut, maksudnya adalah untuk mendapatkan angka nol atau disebut sebagai *zero opportunity costs*.
2. Tariklah garis secara vertikal dan horizontal yang paling minimal untuk semua angka nol yang didapat dengan mengikuti baris atau kolom. Jika jumlah garis yang terjadi sama dengan jumlah baris atau jumlah kolom di tabel, maka

keadaan optimal telah tercapai. Jika jumlah garis kurang dari jumlah baris atau jumlah kolom, maka harus dilanjutkan ke langkah ke 3.

3. Kurangi semua angka yang tidak tergaris secara vertikal atau horizontal di langkah ke 2 dengan angka yang paling kecil diantara angka yang tidak tergaris tersebut. Tambahkan angka terkecil tadi ke angka yang terletak pada perpotongan antara garis vertikal dan garis horizontal (*add the same number to any number(s) lying at the intersection of any two lines*). Jangan merubah angka lainnya yang terletak di garis vertikal dan garis horizontal tersebut. Kembalilah ke langkah ke 2 dan teruskanlah sampai tercapai keadaan optimal seperti di langkah ke 2.
4. Jika pada langkah ke 2 sudah tercapai keadaan yang optimal, maka keadaan optimal suatu sel secara sistematis ditandai dengan memilih baris atau kolom yang memiliki satu angka nol. Oleh karena itu pilihlah suatu sel pada baris atau kolom dengan satu angka nol, dan tariklah garis vertikal dan horizontal dari sel optimal tersebut. Dari baris dan kolom tersisa yang tidak tergaris, pilihlah baris atau kolom yang mempunyai satu angka nol, dan sel dengan angka nol tersebut adalah sel optimal yang harus kita isikan alokasinya sesuai dengan *demand* di tiap kolom. Dengan demikian kita dapat menentukan sel-sel yang perlu kita isikan alokasinya untuk mendapatkan keadaan optimal atau dengan kata lain agar keadaan optimal dapat tercapai. Selain itu harus diperhatikan pula agar alokasi sebaiknya di tempatkan di sel yang paling kecil biayanya jika terjadi dua alternatif solusi yang optimal.

Menurut (Heizer dan Render 2008), Beberapa problem dengan *Assignment Method* meminta untuk penyelesaian mengoptimalkan biaya atau memaksimalkan profit, efektifitas, atau pembayaran dari orang yang ditugaskan untuk suatu pekerjaan tertentu atau pekerjaan terhadap mesin tertentu. Adalah mudah untuk mendapatkan ekuivalen penyelesaian meminimalkan didalam problem dengan menggunakan *Assignment Method* yaitu dengan cara mengubah setiap angka didalam tabel menjadi *opportunity loss*. Untuk mengubah problem optimal atau maksimal ke ekuivalen problem minimal, kita harus membuat tabel minimal dengan cara mengurangi setiap angka yang ada didalam tabel dengan

satu angka terbesar yang ada didalam tabel tersebut. Kemudian kita melanjutkan ke tahap 1 dari 4 tahap didalam *Assignment Method*. Ternyata bahwa meminimalkan *opportunity loss* akan menghasilkan penyelesaian yang sama dengan penyelesaian problem mengoptimalkan biaya atau memaksimalkan profit yang telah kita bahas dan uraikan diatas.

Persoalan Transportasi Biasa:

Tabel 1
Soal Transportasi

Source	Destination (Cost/unit)			Supply
	1	2	3	
A	\$5	\$9	\$16	200
B	\$1	\$2	\$6	400
C	\$2	\$8	\$7	200
Demand	120	620	60	800

-Tentukanlah solusi optimal dari tiap-tiap *source* ke tiap-tiap *destination* dengan menggunakan *Northwest-Corner Rule* dan *Stepping-Stone Method*.

-Tentukanlah biaya optimal dari hasil solusi optimal.

Penyelesaian dengan *Northwest-Corner Rule*:

Tabel 2
Penyelesaian *Northwest-Corner Rule* tahap 1

Source	Destination (Cost/unit)			Supply
	1	2	3	
A	120	80		200
B		400		400
C		140	60	200
Demand	120	620	60	800

Sumber: data olahan

Menurut (Handoko 2003), Untuk menentukan apakah alokasi di atas sudah optimal atau belum, perlu dilakukan tes optimalitas dengan mengevaluasi sel-sel yang masih kosong. **Prosedur evaluasi sel ini dikenal sebagai *Stepping-Stone Method***, dengan evaluasi sebagai berikut:

$$A3 = +A3 - A2 + C2 - C3 = +\$16 - \$9 + \$8 - \$7 = +\$8$$

$$B1 = +B1 - B2 + A2 - A1 = +\$1 - \$2 + \$9 - \$5 = +\$3$$

$$B3 = +B3 - B2 + C2 - C3 = +\$6 - \$2 + \$8 - \$7 = +\$5$$

$$C1 = +C1 - C2 - A2 - A1 = +\$2 - \$8 + \$9 - \$5 = -\$2$$

Total biaya pada keadaan ini belum optimal karena masih ada satu sel yang hasilnya negatif, adalah sebagai berikut:

$$A1 = 120 \times \$5 = \$600$$

$$A2 = 80 \times \$9 = \$720$$

$$B2 = 400 \times \$2 = \$800$$

$$C2 = 140 \times \$8 = \$1120$$

$$C3 = 60 \times \$7 = \$420$$

$$\text{Total biaya} = \$3660$$

Evaluasi *Stepping-Stone* yang menghasilkan sel negatif terkecil (C1) menunjukkan bahwa sejumlah unit dapat di realokasikan dalam putarannya, karena akan mendapatkan pengurangan biaya sebesar $-\$2$, maka akan didapatkan penghematan biaya sebesar $120 \times \$2 = \240 , sesuai dengan tabel berikut ini:

Tabel 3
Penyelesaian *Northwest-Corner Rule* tahap 2

Source	Destination (Cost/unit)			Supply
	1	2	3	
A		200		200
B		400		400
C	120	20	60	200
Demand	120	620	60	800

Sumber: data olahan

Walaupun alokasi telah diperbaiki, kita perlu melakukan evaluasi sel lagi sampai mencapai hasil yang optimal.

$$A1 = +A1 - C1 + C2 - A2 = +\$5 - \$2 + \$8 - \$9 = +\$2$$

$$A3 = +A3 - A2 + C2 - C3 = +\$16 - \$9 + \$8 - \$7 = +\$8$$

$$B1 = +B1 - C1 + C2 - B2 = +\$1 - \$2 + \$8 - \$2 = +\$5$$

$$B3 = +B3 - B2 + C2 - C3 = +\$6 - \$2 + \$8 - \$7 = +\$5$$

Karena evaluasi semua sel yang kosong lebih besar atau sama dengan nol (positif), maka solusi di atas adalah solusi optimal dengan total biaya yang paling optimal, dengan perincian sebagai berikut:

Tabel 4
Perincian hasil perhitungan *Northwest-Corner Rule*

	Destination (Cost/unit)			
Source	1	2	3	Supply
A		200		200
B		400		400
C	120	20	60	200
Demand	120	620	60	800

Sumber: data olahan

Total biaya optimal:

$$A2 = 200 \times \$9 = \$180$$

$$B2 = 400 \times \$2 = \$800$$

$$C1 = 120 \times \$2 = \$240$$

$$C2 = 20 \times \$8 = \$160$$

$$C3 = 60 \times \$7 = \$420$$

Total biaya optimal = \$3420 (memang benar telah terjadi penghematan biaya sebesar \$240 dibandingkan dengan solusi sebelumnya yang belum optimal).

Pengetesan hasil dengan proram komputer *POM-QM for Windows* (terlampir), menghasilkan hasil yang sama dari semua aspek yaitu *transportation shipments, marginal costs, final solution table, iterations, shipments with costs* maupun *shipping list*.

Cara lain yang lebih sederhana dan cepat adalah dengan *Assignment Method*:

Tabel 5
Soal Transportasi

	Destination (Cost/unit)			
Source	1	2	3	Supply
A	\$5	\$9	\$16	200
B	\$1	\$2	\$6	400
C	\$2	\$8	\$7	200
Demand	120	620	60	800

Sumber: data olahan

(Heizer dan Render 2008) Langkah-langkah di dalam *Assignment Method* adalah sebagai berikut:

1. Kurangi tiap angka di tiap baris dengan angka terkecil di baris tersebut dan kemudian kurangi tiap angka di tiap kolom dengan angka terkecil di kolom tersebut, maksudnya adalah untuk mendapatkan angka nol atau disebut sebagai *zero opportunity costs*.
2. Tariklah garis secara vertikal dan horizontal yang paling minimal untuk semua angka nol yang didapat dengan mengikuti baris atau kolom. Jika jumlah garis yang terjadi sama dengan jumlah baris atau jumlah kolom di tabel, maka keadaan optimal telah tercapai. Jika jumlah garis kurang dari jumlah baris atau jumlah kolom, maka harus dilanjutkan ke langkah ke 3.
3. Kurangi semua angka yang tidak tergaris secara vertikal atau horizontal di langkah ke 2 dengan angka yang paling kecil diantara angka yang tidak tergaris tersebut. Tambahkan angka terkecil tadi ke angka yang terletak pada perpotongan antara garis vertikal dan garis horizontal (*add the same number to any number(s) lying at the intersection of any two lines*). Jangan merubah angka lainnya yang terletak di garis vertikal dan garis horizontal tersebut. Kembalilah ke langkah ke 2 dan teruskanlah sampai tercapai keadaan optimal seperti di langkah ke 2.
4. Jika pada langkah ke 2 sudah tercapai keadaan yang optimal, maka keadaan optimal suatu sel secara sistematis ditandai dengan memilih baris atau kolom yang memiliki satu angka nol. Oleh karena itu pilihlah suatu sel pada baris atau kolom dengan satu angka nol, dan tariklah garis vertikal dan horizontal dari sel optimal tersebut. Dari baris dan kolom tersisa yang tidak tergaris, pilihlah baris atau kolom yang mempunyai satu angka nol, dan sel dengan angka nol tersebut adalah sel optimal yang harus kita isikan alokasinya sesuai dengan *demand* di tiap kolom. Dengan demikian kita dapat menentukan sel-sel yang perlu kita isikan alokasinya untuk mendapatkan keadaan optimal atau dengan kata lain agar keadaan optimal dapat tercapai. Selain itu harus diperhatikan pula agar alokasi sebaiknya di tempatkan di sel yang paling kecil biayanya jika terjadi dua alternatif solusi yang optimal.

Kurangi tiap baris dengan angka yang paling kecil (dalam hal ini adalah biaya yang paling kecil), maka akan didapatkan tabel sebagai berikut:

Tabel 6
Penyelesaian dengan *Assignment Method*
Langkah 1

	1	2	3
A	0	4	11
B	0	1	5
C	0	6	5

Sumber: data olahan

Kurangi tiap kolom dengan angka yang paling kecil, maka akan didapatkan tabel sebagai berikut:

Tabel 7
Penyelesaian dengan *Assignment Method*
Langkah 2

	1	2	3
A	0	3	6
B	0	0	0
C	0	5	0

Sumber: data olahan

Tariklah garis horizontal dan vertikal yang paling minimal di semua sel dengan angka nol:

	1	2	3
A	0	3	6
B	0	0	0
C	0	5	0

Karena jumlah garis yang terjadi adalah tiga, maka solusi optimal telah tercapai. Pilihlah baris atau kolom dengan satu angka nol. Oleh karena itu pada kolom 2, sel B2 adalah sel yang optimal.

Tariklah garis vertikal dan horizontal dari sel optimal tersebut:

	1	2	3
A	0	3	6
B	0	0	0
C	0	5	0

Pilihlah baris atau kolom yang tersisa dan tidak tergaris yang mempunyai satu angka nol. Oleh karena itu pada kolom 3, sel C3 adalah sel yang optimal juga, dan pada baris 1 serta kolom 1, sel A1 dan sel C1 adalah sel yang optimal juga,

sehingga kita harus merealokasikan sejumlah tertentu atau sesuai dengan *demand* ke sel B2, sel C3, sel A1 dan sel C1.

Solusi optimal adalah sebagai berikut:

Tabel 8
Solusi Optimal dengan *Assignment Method*

	Destination (Cost/unit)			
Source	1	2	3	Supply
A		200		200
B		400		400
C	120	20	60	200
Demand	120	620	60	800

Sumber: data olahan

Didapatkan solusi optimal yang sama hasilnya dengan cara *Northwest-Corner Rule* dan *Stepping-Stone Method*.

Cara merealokasikan ada 2 cara, sebagai berikut:

Cara 1:

Pertama kita alokasikan 60 di C3 (sel optimal) untuk memenuhi *demand* di kolom 3, dan 400 di B2 (sel optimal), dan kita alokasikan sisa 120 di C1 (kita tidak dapat mengalokasikan sejumlah 120 di sel A1 karena biaya di A1 lebih besar dari biaya di C1, agar supaya biaya yang optimal dapat tercapai, dan kita tidak dapat pula mengalokasikan sejumlah 120 di sel B1, karena sel optimal B2 sudah menerima seluruh alokasi 400 untuk mencapai hasil yang optimal) untuk memenuhi *demand* di kolom 1, sehingga sisa 20 kita harus alokasikan ke sel C2. Tinggal kolom 2 yang belum memenuhi *demand* sebanyak 620, oleh karena itu kita alokasikan sisa 200 ke A2 untuk memenuhi jumlah *demand* di kolom 2. Dengan demikian solusi optimal telah tercapai dengan lebih sederhana dan cepat, dengan total biaya optimal sebesar \$3420.

Cara 2:

Seandainya kita merealokasikan sejumlah tertentu mulai dari sel A1, maka hasil yang didapat adalah sebagai berikut

Source	Destination (Cost/unit)			Supply
	1	2	3	
A	120	80		200
B		400		400
C		140	60	200
Demand	120	620	60	800

Karena biaya di A1 lebih besar dari biaya di C1, maka solusi optimal menjadi lebih baik jika kita mengalokasikan sejumlah 120 di C1, sehingga kita harus mengalokasikan sisa 20 di C2, dan untuk memenuhi demand sejumlah 620 di kolom 2 maka sejumlah 200 harus kita alokasikan di A2, sehingga penyelesaian optimalnya adalah sebagai berikut:

Tabel 9
Solusi Optimal setelah realokasi

Source	Destination (Cost/unit)			Supply
	1	2	3	
A		200		200
B		400		400
C	120	20	60	200
Demand	120	620	60	800

Sumber: data olahan

Dengan demikian solusi optimal telah tercapai dengan lebih sederhana dan cepat, dengan total biaya optimal sebesar \$3420.

Pengetesan hasil dengan proram komputer *POM-QM for Windows* (terlampir), menghasilkan hasil yang sama dari semua aspek yaitu *transportation shipments, marginal costs, final solution table, iterations, shipments with costs* maupun *shipping list*.

Contoh Persoalan Transportasi yang Pelik:

Tabel 10
Soal Transportasi

Source	Destination (Cost/unit)			Supply
	1	2	3	
A	\$7	\$3	\$5	130
B	\$8	\$7	\$8	170
C	\$9	\$6	\$4	200
Demand	120	180	200	500

sehingga kita harus merealokasikan sejumlah tertentu atau sesuai dengan *demand* ke sel B2, sel C3, sel A1 dan sel C1.

Solusi optimal adalah sebagai berikut:

Tabel 8
Solusi Optimal dengan *Assignment Method*

	Destination (Cost/unit)			
Source	1	2	3	Supply
A		200		200
B		400		400
C	120	20	60	200
Demand	120	620	60	800

Sumber: data olahan

Didapatkan solusi optimal yang sama hasilnya dengan cara *Northwest-Corner Rule* dan *Stepping-Stone Method*.

Cara merealokasikan ada 2 cara, sebagai berikut:

Cara 1:

Pertama kita alokasikan 60 di C3 (sel optimal) untuk memenuhi *demand* di kolom 3, dan 400 di B2 (sel optimal), dan kita alokasikan sisa 120 di C1 (kita tidak dapat mengalokasikan sejumlah 120 di sel A1 karena biaya di A1 lebih besar dari biaya di C1, agar supaya biaya yang optimal dapat tercapai, dan kita tidak dapat pula mengalokasikan sejumlah 120 di sel B1, karena sel optimal B2 sudah menerima seluruh alokasi 400 untuk mencapai hasil yang optimal) untuk memenuhi *demand* di kolom 1, sehingga sisa 20 kita harus alokasikan ke sel C2. Tinggal kolom 2 yang belum memenuhi *demand* sebanyak 620, oleh karena itu kita alokasikan sisa 200 ke A2 untuk memenuhi jumlah *demand* di kolom 2. Dengan demikian solusi optimal telah tercapai dengan lebih sederhana dan cepat, dengan total biaya optimal sebesar \$3420.

Cara 2:

Seandainya kita merealokasikan sejumlah tertentu mulai dari sel A1, maka hasil yang didapat adalah sebagai berikut

Source	Destination (Cost/unit)			Supply
	1	2	3	
A	120	80		200
B		400		400
C		140	60	200
Demand	120	620	60	800

Karena biaya di A1 lebih besar dari biaya di C1, maka solusi optimal menjadi lebih baik jika kita mengalokasikan sejumlah 120 di C1, sehingga kita harus mengalokasikan sisa 20 di C2, dan untuk memenuhi demand sejumlah 620 di kolom 2 maka sejumlah 200 harus kita alokasikan di A2, sehingga penyelesaian optimalnya adalah sebagai berikut:

Tabel 9
Solusi Optimal setelah realokasi

Source	Destination (Cost/unit)			Supply
	1	2	3	
A		200		200
B		400		400
C	120	20	60	200
Demand	120	620	60	800

Sumber: data olahan

Dengan demikian solusi optimal telah tercapai dengan lebih sederhana dan cepat, dengan total biaya optimal sebesar \$3420.

Pengetesan hasil dengan proram komputer *POM-QM for Windows* (terlampir), menghasilkan hasil yang sama dari semua aspek yaitu *transportation shipments, marginal costs, final solution table, iterations, shipments with costs* maupun *shipping list*

Contoh Persoalan Transportasi yang Pelik:

Tabel 10
Soal Transportasi

Source	Destination (Cost/unit)			Supply
	1	2	3	
A	\$7	\$3	\$5	130
B	\$8	\$7	\$8	170
C	\$9	\$6	\$4	200
Demand	120	180	200	500

Sumber: data olahan

-Tentukanlah solusi optimal dari tiap-tiap *source* ke tiap-tiap *destination* dengan menggunakan *Northwest-Corner Rule* dan *Stepping-Stone Method*.

-Tentukanlah biaya optimal dari hasil solusi optimal.

Tabel 11
Penyelesaian dengan *Northwest-Corner Rule*
1st itinerary:

	Destination (Cost/unit)			
Source	1	2	3	Supply
A	120	10		130
B		170		170
C			200	200
Demand	120	180	200	500

Sumber: data olahan

The number of occupied routes (squares) must always be equal to one less than the sum of the number of rows plus the number of columns. This means occupied shipping routes (squares) = number of rows + number of columns - 1.

Jadi maksudnya, jika jumlah baris ada tiga dan jumlah kolom ada tiga, maka alokasi kita haruslah $= 3 + 3 - 1 = 5$. Karena pada persoalan diatas hanya didapatkan empat alokasi, maka kita harus membuat pemecahan alokasi sampai menjadi 5 alokasi atau 5 tempat, sebab jika tidak demikian persoalan tidak dapat diselesaikan. Oleh karena itu, kita membuat pemecahan alokasi sesuai dengan tabel sebagai berikut:

Tabel 12
Penyelesaian dengan *Northwest-Corner Rule*
2nd itinerary:

	Destination (Cost/unit)			
Source	1	2	3	Supply
A	120		10	130
B		170		170
C		10	190	200
Demand	120	180	200	500

Sumber: data olahan

Menurut (Handoko 2003), Untuk menentukan apakah alokasi di atas sudah optimal atau belum, perlu dilakukan tes optimalitas dengan mengevaluasi sel-sel yang masih kosong. **Prosedur evaluasi sel ini dikenal sebagai *Stepping-Stone Method***, dengan evaluasi gabungan dari 1st dan 2nd *itinerary* karena 2nd *itinerary* sebenarnya adalah pemecahan dari 1st *itinerary*. Hasil evaluasi tersebut adalah sebagai berikut:

$$A2 = +A2 - C2 + C3 - A3 = +\$3 - \$6 + \$4 - \$5 = -\$4$$

$$B1 = +B1 - B2 + A2 - A1 = +\$8 - \$7 + \$3 - \$7 = -\$3$$

$$C1 = +C1 - C3 + A3 - A1 = +\$9 - \$4 + \$5 - \$7 = +\$3$$

$$B3 = +B3 - B2 + C2 - C3 = +\$8 - \$7 + \$6 - \$4 = +\$3$$

Karena sel A2 dan B1 masih negatif maka kita masih perlu merealokasikan sejumlah 120 di sel A2 dan sejumlah 120 di sel B1 untuk memenuhi demand di kolom 2 dan di kolom 1.

Hasilnya adalah sebagai berikut:

Tabel 13
Penyelesaian dengan *Northwest-Corner Rule*
3rd *itinerary*:

Source	Destination (Cost/unit)			Supply
	1	2	3	
A		120	10	130
B	120	50		170
C		10	190	200
Demand	120	180	200	500

Sumber: data olahan

Akan tetapi karena sel A2 adalah sel dengan biaya terendah (\$3) dan juga lebih rendah jika dibandingkan dengan biaya di sel A3 (\$5), dan jika kita mengikuti *Northwest-Corner Rule*, bahwa kita harus mengalokasikan semua atau *maximum supply* dari *supply* A ke *destination* 2, dalam hal ini adalah sel A2, maka sudah selayaknya kalau kita harus memindahkan pula 10 unit dari sel A3 ke sel A2.

Hasilnya adalah sebagai berikut:

Tabel 14
Penyelesaian dengan *Northwest-Corner Rule*
4th itinerary:

	Destination (Cost/unit)			
Source	1	2	3	Supply
A		130		130
B	120	50		170
C			200	200
Demand	120	180	200	500

Sumber: data olahan

Walaupun alokasi telah diperbaiki, kita perlu melakukan evaluasi sel lagi dengan evaluasi gabungan dari 3rd dan 4th itinerary karena 4th itinerary sebenarnya adalah pemecahan dari 3rd itinerary. Hasil evaluasi tersebut adalah sebagai berikut:

$$A1 = +A1 - B1 + B2 - A2 = +\$7 - \$8 + \$7 - \$3 = +\$3$$

$$A3 = +A3 - A2 + C2 - C3 = +\$5 - \$3 + \$6 - \$4 = +\$4$$

$$B3 = +B3 - B2 + C2 - C3 = +\$8 - \$7 + \$6 - \$4 = +\$3$$

$$C1 = +C1 - C2 + B2 - B1 = +\$9 - \$6 + \$7 - \$8 = +\$2$$

$$C2 = +C2 - C3 + A3 - A2 = +\$6 - \$4 + \$5 - \$3 = +\$4$$

Karena evaluasi semua sel yang kosong lebih besar atau sama dengan nol (positif), maka solusi di atas adalah solusi optimal dengan total biaya yang paling optimal, dengan perincian sebagai berikut:

Tabel 15
Solusi Optimal dengan *Northwest-Corner Rule*

	Destination (Cost/unit)			
Source	1	2	3	Supply
A		130		130
B	120	50		170
C			200	200
Demand	120	180	200	500

Sumber: data olahan

Total biaya optimal:

$$A2 = 130 \times \$3 = \$390$$

$$B1 = 120 \times \$8 = \$960$$

$$B2 = 50 \times \$7 = \$350$$

$$C3 = 200 \times \$4 = \$800$$

Total biaya optimal = \$2500

Pengetesan hasil dengan proram komputer *POM-QM for Windows* (terlampir), menghasilkan hasil yang sama dari semua aspek yaitu *transportation shipments, marginal costs, final solution table, iterations, shipments with costs* maupun *shipping list*.

Cara lain yang lebih sederhana dan cepat adalah dengan *Assignment Method*:

Tabel 16
Soal Transportasi

Source	Destination (Cost/unit)			Supply
	1	2	3	
A	\$7	\$3	\$5	130
B	\$8	\$7	\$8	170
C	\$9	\$6	\$4	200
Demand	120	180	200	500

Kurangi tiap baris dengan angka yang paling kecil (dalam hal ini adalah biaya yang paling kecil), maka akan didapatkan hasil sebagai berikut:

	1	2	3
A	4	0	2
B	1	0	1
C	5	2	0

Kurangi tiap kolom dengan angka yang paling kecil, maka akan didapatkan hasil sebagai berikut:

	1	2	3
A	3	0	2
B	0	0	1
C	4	2	0

Tariklah garis horizontal dan vertikal yang paling minimal di semua sel dengan angka nol:

	1	2	3
A	3	0	2
B	0	0	1
C	4	2	0

Karena jumlah garis yang terjadi adalah tiga, maka solusi optimal telah tercapai. Pilihlah baris atau kolom dengan satu angka nol. Oleh karena itu pada kolom 1, sel B1 adalah sel yang optimal. Demikian juga pada baris 1, sel A2 adalah sel yang optimal dan pada baris 3 atau kolom 3, sel C3 adalah sel yang optimal pula, sehingga kita harus merealokasikan sejumlah tertentu atau sesuai dengan *demand* ke sel B1, sel A2 dan sel C3.

Sebenarnya sampai pada tahap ini, solusi optimal telah tercapai dan penyelesaian sudah diselesaikan dengan sangat mudah dan cepat, akan tetapi jika kita menginginkan pembahasan langkah selanjutnya, maka akan didapatkan sebagai berikut:

Tariklah garis vertikal dan horizontal dari salah satu sel optimal, misalnya sel B1, maka hasilnya adalah sebagai berikut:

	1	2	3
A	3	0	2
B	0	0	1
C	4	2	0

Pilihlah baris atau kolom yang tersisa dan tidak tergaris yang mempunyai satu angka nol. Oleh karena itu pada kolom 2, sel A2 adalah sel yang optimal, dan pada kolom 3, sel C3 adalah sel yang optimal juga, sehingga kita harus merealokasikan sejumlah tertentu atau sesuai dengan *demand* ke sel B1, sel A2 dan sel C3.

Hasil yang sama akan didapatkan jika kita menarik garis vertikal dan horizontal dari sel optimal A2 atau C3.

Tabel 17
Solusi Optimal setelah realokasi

	Destination (Cost/unit)		
Source	1	2	3
A		130	
B	120	50	
C			200
Demand	120	180	200
			Supply
			130
			170
			200
			500

Sumber: data olahan

Didapatkan solusi optimal yang sama hasilnya dengan cara *Northwest-Corner Rule* dan *Stepping-Stone Method*.

Cara merealokasikan adalah sebagai berikut:

Pertama kita alokasikan 120 di B1 (sel optimal) untuk memenuhi *demand* di kolom 1, dan 130 di A2 (sel optimal) serta kita alokasikan 200 di C3 (sel optimal) untuk memenuhi *demand* di kolom 3. Sehingga sisa 50 dari *supply* B harus kita alokasikan ke sel B2 untuk memenuhi *demand* di kolom 2.

Dengan demikian solusi optimal telah tercapai dengan lebih sederhana dan cepat, dengan total biaya optimal sebesar \$2500.

Pengetesan hasil dengan proram komputer *POM-QM for Windows* (terlampir), menghasilkan hasil yang sama dari semua aspek yaitu *transportation shipments, marginal costs, final solution table, iterations, shipments with costs* maupun *shipping li*

DAFTAR PUSTAKA:

- Balakrishnan, N., et.al, 2007, *Managerial Decision Modeling with Spreadsheets*, 2nd ed., Pearson Education, Inc., Upper Saddle River, New Jersey.
- Bozarth, C., Handfield, R.B., 2008, *Introduction to Operations and Supply Chain Management*, 2nd ed., Pearson Education, Inc., Upper Saddle River, New Jersey.
- Handoko, H.T., 2003, *Manajemen Produksi Dan Operasi*, edisi 3, BPFE, Yogyakarta.
- Heizer, J., and Render, 2008, *Operations Management*, 9th ed., Pearson Education, Inc., Upper Saddle River, New Jersey.
- Hillier, F.S. et al., 2008, *Introduction to Management Science*, 3rd ed., McGraw-Hill/Irwin, New York.
- Krajewski, L.J., Ritzman, L.P., Malhotra, M.K., 2007, *Operations Management: Process and Value Chains*, 8th ed., Pearson Education, Inc., Upper Saddle River, New Jersey.

- Lind, D.A., Marchal, et al., 2007, *Statistical Techniques in Business and Economics*, 13th ed., McGraw-Hill/Irwin, New York.
- Render, Stair, R.M., Hanna, M.E., 2009, *Quantitative Analysis for Management*, 10th ed., Pearson Education, Inc., Upper Saddle River, New Jersey.
- Slack, N., Lewis, M., 2008, *Operations Strategy*, 2nd ed., Pearson Education, Inc., Upper Saddle River, New Jersey.
- Stevenson W.J., 2007, *Operations Management*, 9th ed., McGraw-Hill/Irwin, New York.
- Taha, H.A., 2007, *Operations Research: An Introduction*, 8th ed., Pearson Education, Inc., Upper Saddle River, New Jersey.
- Taylor, B.W., 2007, *Introduction to Management Science*, 9th ed., Pearson Education, Inc., Upper Saddle River, New Jersey.